

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO
Investigação Operacional II - licenciatura MAEG – 2016/17

Data: 07/07/2017

ER

Duração: 2 horas

Nota: **Justifique todas as respostas.**

1. Um produtor cinematográfico está a preparar um filme. Foram identificadas 8 grandes actividades na produção do filme: A, B, C, D, E, F, G e H, com as seguintes relações de precedência:

Act.	A	B	C	D	E	F	G	H
Prec.	-	-	-	A, B, C	C	A	C	D, F, G

Os dados técnico-económicos são os seguintes (tempo em meses e custos em milhões de \$):

Actividade	Tempo normal	Tempo acelerado	Custo normal	Custo acelerado
A	6	4	20	30
B	4	2	20	30
C	5	3	16	24
D	8	4	25	43
E	6	4	22	30
F	7	4	30	48
G	8	5	25	40
H	9	6	30	45

- a) **(1,5 valores)** Estabeleça a rede do projeto, com actividades nos arcos, e determine o caminho crítico em tempo normal;
- b) **(2,5 valores)** Mesmo que isso acarrete um acréscimo substancial de custos, o produtor pretende que se antecipe em 4 meses o seu filme e que o fim das actividades D, F e G não ocorra após o 11^a mês de modo a produzir o “trailer” e o pré-marketing. Estabeleça um modelo que lhe permita determinar se é possível cumprir as datas previstas e reprogramar a duração de cada actividade. Como determinava o caminho crítico? Justifique a decisão;
- c) **(1,0 valores)** Suponha que são propostas as seguintes durações das actividades: A-4; B-2; D-7; H-7, e as restantes as durações normais. Diga quais as actividades determinantes no cumprimento da data para proceder ao seu controle apertado;
- d) **(1,0 valores)** Justifique a importância da distribuição beta na gestão de projectos.
2. Dois vendedores ambulantes, A e B, semanalmente deslocam-se e instalam um ponto de vendas (uma loja ambulante) para servir três freguesias, 1, 2 e 3. O vendedor A, por razões logísticas e de espaço só se instala na freguesia 1 ou 2, embora servindo as três. O vendedor B pode optar por qualquer das 3 freguesias, pois tem local adequado nas três. As vendas totais estimadas nas três freguesias são de 20 mil euros, que vão ser distribuídas pelos dois vendedores. Para a empresa A as vendas estimadas em função da escolha feita e das escolhas do seu concorrente são as seguintes:

	Localidade 1	Localidade 2	Localidade 3
Localidade 1	12	8	6
Localidade 2	4	6	8

- a) **(2,5 valores)** Caracterize o jogo e determine as localizações recomendáveis para cada um dos vendedores e indique o valor do jogo para cada um deles. Interprete;
- b) **(1,5 valores)** Considere o jogo com função característica (saído na EN mas dividida por 10) referente aos custos de investimento de 3 empresas petrolíferas num gasoduto: $V(\{\emptyset\}) = 0$; $V(\{1\}) = 5$; $V(\{2\}) = V(\{3\}) = 3$; $V(\{1,2\}) = V(\{1,3\}) = V(\{1,2,3\}) = 6$; $V(\{2,3\}) = 5$. Obtenha a função característica do jogo normalizado (0-1) equivalente e interprete.

3. A quantidade de cimento, em sacos, que uma empresa de construção civil utiliza diariamente é uma variável uniforme (100; 140). Cada saco de cimento é comprado à cimenteira por 10€, ficando o carregamento, transporte e seguro por conta da empresa, que contrata outra empresa. O carregamento e transporte tem uma componente fixa de 1000€ por cada encomenda mais 1€ por saco. O seguro custa 5% do valor de compra. As operações de descarga, movimentação e arrumação no armazém custam mais um euro por saco. Os custos administrativos com cada encomenda são de 100€. Feita uma encomenda, o cimento fica disponível 15 dias depois. A taxa de posse é de 10%.

- a) **(1,5 valores)** Utilize um modelo determinístico para determinar a política óptima;
- b) **(3,0 valores)** Suponha que a empresa faz encomendas trimestrais de cimento e caso o cimento seja necessário numa obra mas não esteja disponível, a empresa negocia com um concorrente um empréstimo de cimento, pagando um valor de 4€ mais os custos de ir buscar e levar o cimento ao armazém do concorrente, cujo valor é de 1€ por saco por viagem de ida e volta. Determine a política de aprovisionamento, incluindo o n.º esperado de rupturas por ano (nota: o desvio padrão de uma uniforme (a; b) é $(b - a)/\sqrt{12}$);
- c) **(1,0 valores)** Explique e justifique a razão de os modelos de calendário e de ponto e encomenda coincidirem em contexto determinístico de procura constante

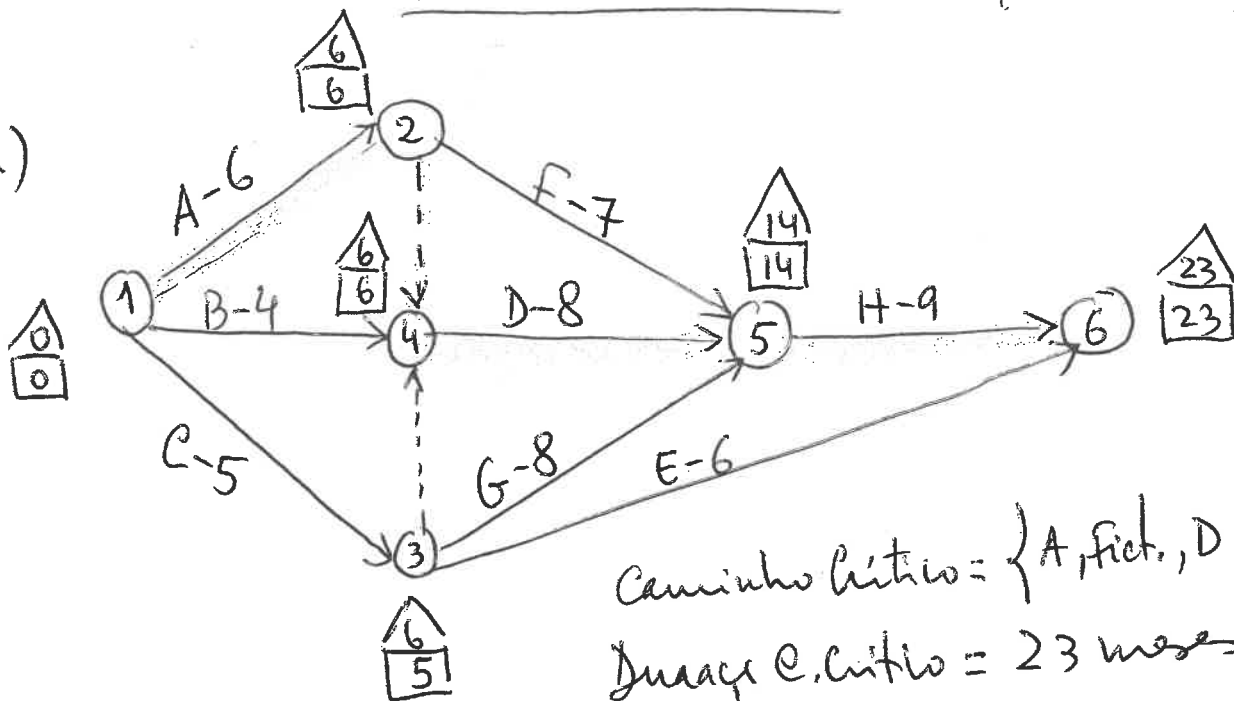
4. Uma empresa produz portas de segurança, que são enviadas diariamente para um armazém central (AC) que as distribui também diariamente, no dia seguinte, para dois armazéns regionais, AR1 e AR2. As unidades produzidas num dia pela empresa são enviadas, no fim desse dia, ao armazém central. As unidades pedidas pelos armazéns regionais num dia são enviadas pelo armazém central nesse dia. A produção diária tem uma distribuição uniforme (100; 120). O armazém AR1 requisita por dia 50, 60 ou 70 portas com probabilidade, respectivamente, 0,5, 0,3 e 0,2. O armazém AR2 requisita por dia portas de acordo com a seguinte f. de densidade: $f(x) = \frac{x}{400} - \frac{1}{10}$, $40 \leq x \leq 60$ e $f(x) = \frac{2}{10} - \frac{x}{400}$, $60 \leq x \leq 80$. Pretende saber-se qual a capacidade recomendada para o armazém central e, se necessário, recorrer em algum dia a outro fabricante, uma vez que os armazéns regionais são obrigatoriamente abastecidos de acordo com as suas necessidades. Pretende ainda saber-se a probabilidade de uma porta vendida ser de produção externa.

- a) **(2,0 valores)** Gere os valores necessários para as variáveis aleatórias considerando uma semana (5 dias úteis) (arredonde o n.º portas para o inteiro mais próximo) (ver alínea seguinte);
- b) **(2,5 valores)** Simule o funcionamento do sistema durante 5 dias úteis (utilize os valores da alínea anterior) considerando que no armazém central estão guardadas 50 portas. Diga o tipo de modelo utilizado e comente a limitação dos resultados (se atrás não tiver gerado os valores de AR2, considere os seguintes valores: 68, 71, 74, 57, 54).

NPA entre 00 e 99, produção: 75; 55; 60; 45; 80
 Procura AR1: 48; 87; 61; 72; 22
 Procura AR2: 81; 89; 96; 35; 26;

Handwritten signature

1.a)



Caminho crítico = {A, fict., D, H}
 Duração C. crítico = 23 meses

b) Min C. Aceleracao = $\frac{10}{2}A + \frac{10}{2}B + \frac{8}{2}C + \frac{18}{4}D + \frac{8}{2}E +$

$\frac{18}{3}F + \frac{15}{3}G + \frac{15}{3}H$

$x_2 \geq x_1 - A + 6$

$x_3 \geq x_1 - C + 5$

$x_4 \geq x_3$

$x_4 \geq x_2$

$x_4 \geq x_1 - B + 4$

$x_5 \geq x_2 - F + 7$

$x_5 \geq x_4 - D + 8$

$x_5 \geq x_3 - G + 8$

$x_6 \geq x_5 - H + 9$

$x_6 \geq x_3 - E + 6$

$x_6 - x_1 \leq 19$

$x_5 - x_1 \leq 11$

$A \leq 2; B \leq 2; C \leq 2; D \leq 4; E \leq 2; F \leq 3; G \leq 3; H \leq 6$

Todas as variáveis, $x_1, \dots, x_6, A, \dots, H$ não negativas

A - Aceleração em meses de Atividade de A
 H - " " " " " " H

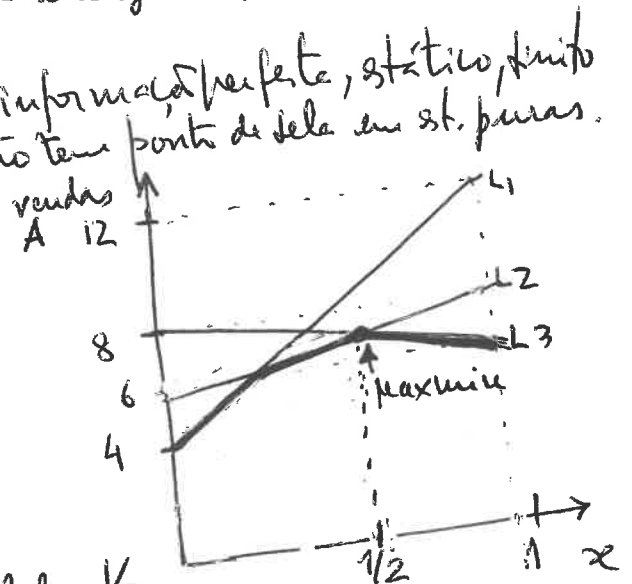
x_j - momento de ocorrência do acontecimento j
 Determinados as durações das atividades, as atividades do caminho crítico chamam as atividades com restrição saturada (preço sombra diferente de zero)
 se o problema tiver solução é possível cumprir o estabelecido com restrições, não é possível.

c) Actividades A e B, por não durar o tempo mínimo possível (são aceleradas ao máximo). Qualquer atraso compromete a capacidade preconizada. As actividades D e H dependem de si mesmas e serão aceleradas perante uma emergência para a duração mínima após o projecto estar em andamento.

d) A Beta permite tratar o problema de incertezas quando não se conhece o comportamento probabilístico das durações das actividades, mas é possível estabelecer estimativas para a duração optimista, pessimista e mais provável. É um modelo aproximado, com resultados aproximados, mas com boa aderência em geral.

2.a) Jogo de 2 pessoas, soma constante, informação perfeita, estático, finito e não cooperativo por definições. Não tem ponto de sela em st. puras.

$$\begin{aligned} L_1(B) & 12x + 4(1-x) = 8x + 4 \\ L_2(B) & 8x + 6(1-x) = 2x + 6 \\ L_3(B) & 6x + 8(1-x) = -2x + 8 \\ & 2x + 6 = -2x + 8 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{aligned}$$



A empresa A utiliza local 1 com probabilidade $\frac{1}{2}$ e local 2 com probabilidade $\frac{1}{2}$. Ou seja, 50% das vezes opta pelo local 1 e 50% pelo local 2 (sem a empresa B saber antecipadamente).

A empresa B nunca utiliza local 1 (isto A escolhe a melhor estratégia).

$$\begin{aligned} 8y + 6(1-y) &= 2y + 6 & 2y + 6 &= -2y + 8 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \\ 6y + 8(1-y) &= -2y + 8 \end{aligned}$$

Vendas esperadas do A: $8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 7$

Vendas esperadas de B: $20 - 7 = 13$

Vendedora B deve optar metade das vezes ($\frac{1}{2}$) pelo local 2 e outra metade pelo local 3 (sem conhecimento antecipado de A).

Note. Se B optasse pelo local 1, A teria vendas de $12 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{2} = 8$ e B vendas de 12, e por isso local 1 não deve ser utilizado por B.

$$b) \quad w(114) = 5r + \alpha_1 = 0 \quad w(112,34) = 6r + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$$

$$w(124) = 3r + \alpha_2 = 0 \quad = 6r - 5r - 3r - 3r = 1$$

$$w(134) = 3r + \alpha_3 = 0 \quad r = -1/5; \alpha_1 = 1;$$

$$\alpha_2 = 3/5; \alpha_3 = 3/5$$

$$w(1\phi 4) = 0; \quad w(114) = -5 \times \frac{1}{5} + 1 = 0$$

$$w(124) = -3 \times \frac{1}{5} + 3/5 = 0 = w(134) \quad w(12,34) = -5 \times \frac{1}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5}$$

$$w(11,24) = -6 \times \frac{1}{5} + 1 + 3/5 = \frac{2}{5} \quad = 1/5$$

$$w(11,34) = -6 \times \frac{1}{5} + 1 + 3/5 = 2/5$$

$$w(11,2,34) = -6 \times \frac{1}{5} + 1 + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = 1$$

A função característica de 0 peso (importância relativa) de cada colizifor.

$$3. a) \quad c = 10 + 1 + 0,05 \times 10 + 1 = 25 \quad D = 360 \times 120 = 43200$$

$$A = 1000 + 100 = 1100$$

$$IC = 12,5 \times 10\% = 1,25$$

$$L = 15 \text{ dias (1/2 meses)}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times 1100 \times 43200}{1,25}} = 8720 \text{ Jaws}$$

$$\text{Int} \left(\frac{\frac{1}{24}}{\frac{8720}{43200}} \right) = 0 \quad P.E.(r) = \frac{1}{24} \times 43200 - 0 \times 8720 = 1800$$

$$CT = 12,5 \times 43200 + 1100 \times \frac{43200}{8720} + 1,25 \times \frac{8720}{2}$$

$$\approx 550900$$

$$b) \quad \phi = 4 + 1 = 5 \quad X_{T+L} \cap N(12600; 118,3)$$

$$H(R, T) = \frac{0,1 \times 12,5 \times \frac{1}{4}}{5} = 0,0625 \quad R = 12782$$

Encomendas trimestralmente feitas para levar o stock ao nível 12782 (4):

Stock sequence = 12782 - 12600 = 182 fcos

Prob. ruptura = 6,25%

E[rupturas/ano] = 4 * 118,3 NL $\left(\frac{182}{118,3}\right) = 4 * 118,3 * 0,02736 = 12,95$

ET = 1100 * 4 + 125 (12782 - 12600 - 5400) + 5 * 4 * 3,24 = 11442,3
excluindo custos de aquisições

4.a) Requisições AR1 : 1.º dia - 50 ; 2.º dia - 70 ; 3.º dia - 60 ; 4.º dia - 60 ; 5.º dia - 50

Requisições AR2 : 1.º dia $x_2 = 80 - 20\sqrt{(1-0,89) \times 2} = 71$
2.º dia $x_4 = 80 - 20\sqrt{(1-0,81) \times 2} = 68$

$x = 40 + 20\sqrt{2y} \quad 0 \leq y \leq 0,5$
 $x = 80 - 20\sqrt{2(1-y)} \quad 0,5 \leq y \leq 1$

3.º dia $x_3 = 80 - 20\sqrt{(1-0,96) \times 2} = 74$
4.º dia $x_4 = 40 + 20\sqrt{2 \times 0,35} = 57$
5.º dia $x_5 = 40 + 20\sqrt{2 \times 0,26} = 54$

Produção : 1.º dia - 115 ; 2.º dia - 111 ; 3.º dia - 112 ; 4.º dia - 109 ; 5.º dia - 116

b) Tempo	AR		Produção	Forn. Extern	Req. AR1	Req. AR2	Stock Max
	S.I	S.f (após entregas)					
1	50	47	115	0	50	68	165
2	47	17	111	0	70	71	158
3	17	0	112	5	60	74	134
4	0	0	109	8	60	57	117
5	0	12	116	0	50	54	116

Capacidade máxima recomende : 165
Probabilidade de venda do lote do exterior : $13 / (290 + 324) = 2,12\%$

Modelo de incremento de tempo fixo (d₂) e amostra unita reduzido para time contínuo. O sistema vai atingir o estado de equilíbrio (steady state)